

情報工学実験 2
デジタル信号処理 (3)

035743A : 比嘉雅樹

実験日 : 2004/12/20
提出日 : 2004/12/27

1 実験の目的

Scilab を利用し、デジタルフィルタの概念を理解する。また、時間領域と周波数領域におけるデジタルフィルタの性質について学ぶ。

2 報告事項

2.1 例題プログラムを読解し、実行せよ。

例題プログラム

```
f1 = 50;  
f2 = 120;  
fs = 1000;  
t = 0:1/fs:1 - 1/fs;  
  
[m,n] = size(t);  
x = sin(2*pi*f1*t) + sin(2*pi*f2*t) + 2*(rand(m,n)-0.5);  
y = fft(x,-1)/length(x);  
Y = abs(y);  
xt = fs*(0:length(x) - 1)/length(x);  
xbasc();  
subplot(2,1,1); plot2d(t,x);  
subplot(2,1,2); plot2d(xt(1:length(xt)/2),Y(1:length(Y)/2));  
xgrid();
```

● 実行結果

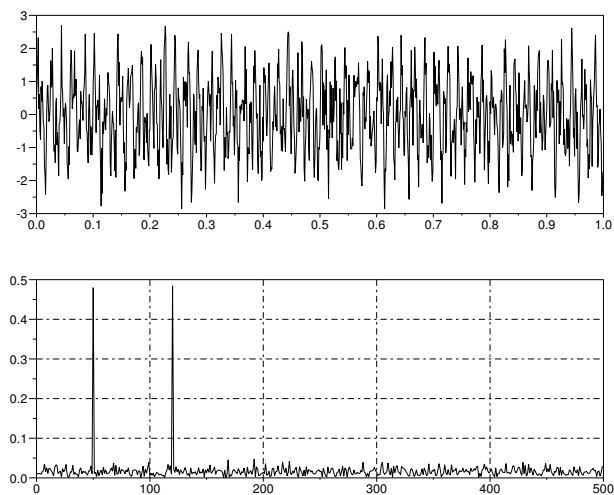


図 1: プログラムの実行結果

実行結果を見てみると、プログラムで設定した周波数 (50,120[Hz]) が強く出力されている事がわかる。

2.2 以下のディレクトリに与えられた信号波形をプロットし、周波数成分を確認せよ。ただし、scilab 関数の fft を使用せよ。ただし、サンプリング周波数は、120[Hz] である。

/home/teacher/kang/jiken2/signal.dat

プログラム

```
fs = 120;  
  
x = read("signal.dat",1,600);  
y = fft(x,-1)/length(x);  
Y = abs(y);  
xt = fs*(0:length(x) - 1)/length(x);  
xbasc();  
subplot(2,1,1); plot2d(x);  
subplot(2,1,2); plot2d(xt(1:length(xt)/2),Y(1:length(Y)/2));  
xgrid();
```

● 実行結果

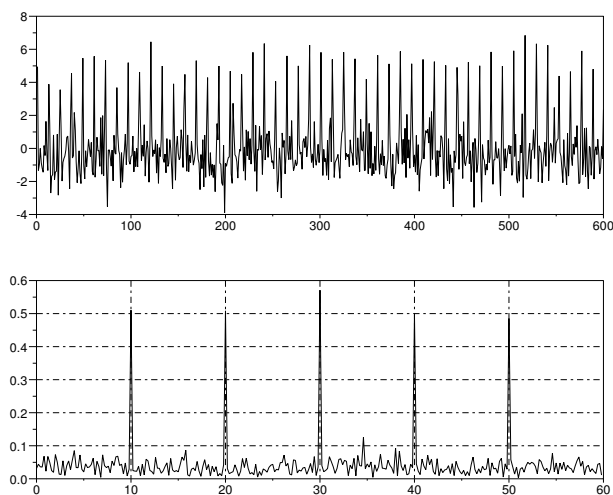


図 2: プログラムの実行結果

実行結果を見てみると、読み込んだ信号には、10,20,30,40,50[Hz] の信号が含まれていることが推測できる。

2.3 以下に与えられた値を用いて離散時間信号 ($x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$) を作りなさい。また、フーリエ変換を行い、周波数成分を確認 (プロット) せよ。ただし、サンプリング間隔は、 $T = 0.01[\text{sec}]$ であり、各信号の周波数は、 $f_1 = 5, f_2 = 25, f_3 = 45[\text{Hz}]$ とする。

$$x_1(t) = \cos(2\pi f_1 t), x_2(t) = \sin(2\pi f_2 t), x_3(t) = 2\cos(2\pi f_3 t)$$

プログラム

```
f1 = 10;
f2 = 30;
f3 = 40;
fs = 100;
t = 0:1/fs:1 - 1/fs;

[m,n] = size(t);
x = cos(2*pi*f1*t) + sin(2*pi*f2*t) + 2*cos(2*pi*f3*t);
y = fft(x,-1)/length(x);
Y = abs(y);
xt = fs*(0:length(x) - 1)/length(x);
xbasec();
subplot(2,1,1); plot2d(x);
subplot(2,1,2); plot2d(xt(1:length(xt)/2),Y(1:length(Y)/2));
xgrid();
```

● 実行結果

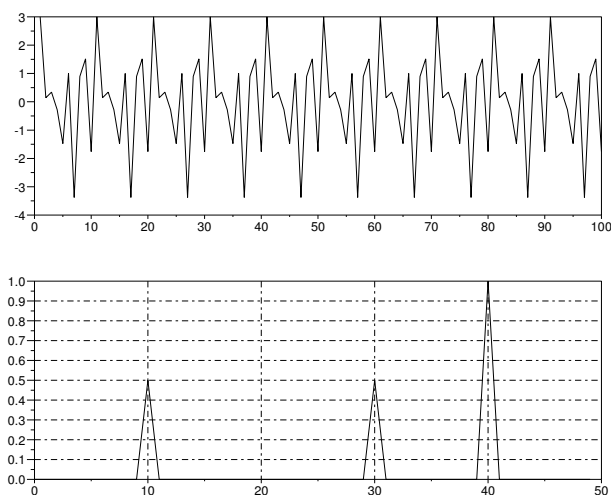


図 3: 実行結果

2.4 2.3で作成した信号 $x(t)$ に対して、移動平均によるローパスフィルタリングを行い、最適なフィルタリングの結果を調べ、図示せよ。

プログラム

```
f1 = 5; f2 = 25; f3 = 45;
fs = 100;
//m: 割る値
m = 5;
t = 0:1/fs:5 - 1/fs;

x = cos(2*pi*f1*t) + sin(2*pi*f2*t) + 2*cos(2*pi*f3*t);
for i = 0:1:499-m;
//n: 中心の値。
n = (m+1)/2+i;
g(n) = sum(x(1+i:m+i))/m;
end

y = fft(x,-1)/length(x);
Y = abs(y);
xt = fs*(0:length(x) - 1)/length(x);
xbasc();

y2 = fft(g,-1)/length(g);
Y2 = abs(y2);
xt2 = fs*(0:length(g) - 1)/length(g);
xbasc();

subplot(4,1,1); plot2d(x);
subplot(4,1,2); plot2d(g);
subplot(4,1,3); plot2d(xt(1:length(xt)/2),Y(1:length(Y)/2));
subplot(4,1,4); plot2d(xt2(1:length(xt2)/2),Y2(1:length(Y2)/2));
```

● 実行結果

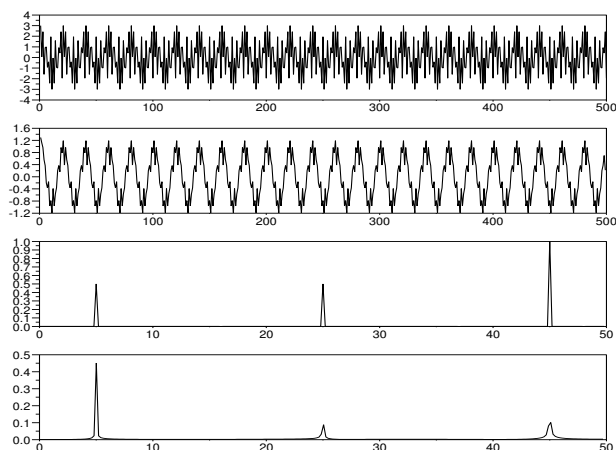


図 4: フィルタリング前 (それぞれ上) とフィルタリング後 (それぞれ下)

2.5 2.3で作成した信号 $x(t)$ に対して、移動平均によるハイパスフィルタリングを行い、最適なフィルタリングの結果を調べ、図示せよ。

プログラム

```
f1 = 5; f2 = 25; f3 = 45;
fs = 100;
t = 0:1/fs:5 - 1/fs;
//m: 割る値
m = 3;

x = cos(2*pi*f1*t) + sin(2*pi*f2*t) + 2*cos(2*pi*f3*t);
for i = 0:1:499-m;
//n: 中心の値
n = (m+1)/2+i;
g(n) = x(n) - sum(x(1+i:m+i))/m;
end

y = fft(x,-1)/length(x);
Y = abs(y);
xt = fs*(0:length(x) - 1)/length(x);
xbasc();

y2 = fft(g,-1)/length(g);
Y2 = abs(y2);
xt2 = fs*(0:length(g) - 1)/length(g);
xbasc();

subplot(4,1,1); plot2d(x);
subplot(4,1,2); plot2d(g);
subplot(4,1,3); plot2d(xt(1:length(xt)/2),Y(1:length(Y)/2));
subplot(4,1,4); plot2d(xt2(1:length(xt2)/2),Y2(1:length(Y2)/2));
```

● 実行結果

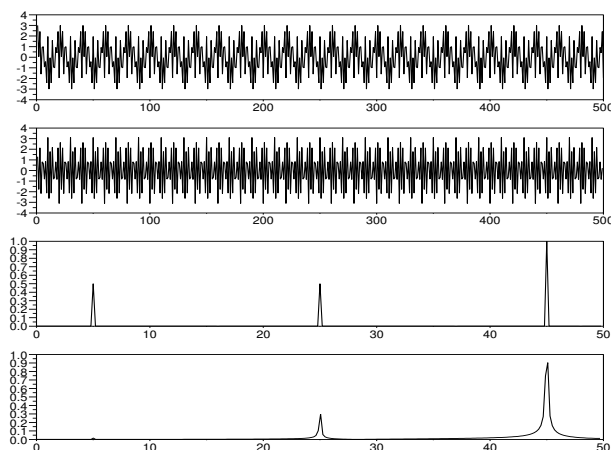


図 5: フィルタリング前 (それぞれ上) とフィルタリング後 (それぞれ下)

2.6 2.3で作成した信号 $x(t)$ に対して、移動平均によるバンドパスフィルタリングを行い、最適なフィルタリングの結果を調べ、図示せよ。

プログラム

```
f1 = 10; f2 = 30; f3 = 40;
fs = 100;
t = 0:1/fs:5 - 1/fs;
m1 = 5; m2 = 3;

x = cos(2*pi*f1*t) + sin(2*pi*f2*t) + 2*cos(2*pi*f3*t);
for i = 0:1:499-m1;
n1 = (m1+1)/2+i;
h(n1) = sum(x(1+i:m1+i))/m1;
end

for i = 0:1:499-m2;
n2 = (m2+1)/2+i;
g(n2) = h(n2) - sum(h(1+i:m2+i))/m2;
end

y = fft(x,-1)/length(x);
Y = abs(y);
xt = fs*(0:length(x) - 1)/length(x);
xbasec();
y2 = fft(g,-1)/length(g);
Y2 = abs(y2);
xt2 = fs*(0:length(g) - 1)/length(g);
xbasec();

subplot(4,1,1); plot2d(x);
subplot(4,1,2); plot2d(g);
subplot(4,1,3); plot2d(xt(1:length(xt)/2),Y(1:length(Y)/2));
subplot(4,1,4); plot2d(xt2(1:length(xt2)/2),Y2(1:length(Y2)/2));
```

● 実行結果

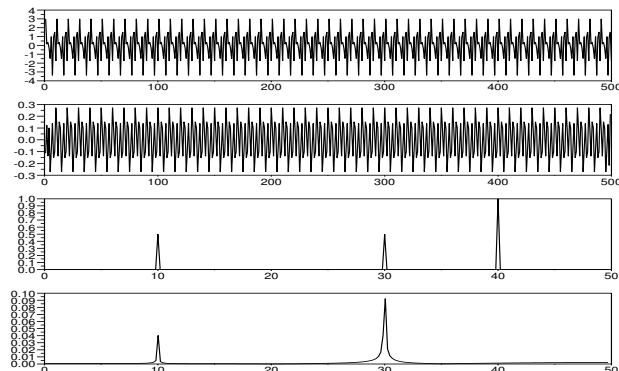


図 6: フィルタリング前 (それぞれ上) とフィルタリング後 (それぞれ下)

2.7 以上のフィルタリングの結果について、考察せよ。

それぞれのフィルタリングの結果を見てみると、ローパスフィルタリングは低周波、ハイパスフィルタリングは高周波、バンドパスフィルタは2つの中間の周波数成分を抽出している事が分かる。この実験を通して、最適なフィルタリングを行うにはどれだけの区間を移動平均すれば良いかが違って来る事や、フィルタリングは雑音を減少させる事ができるが抽出したいデータもフィルタリングするため多少減ってしまう事が分かった。

2.8 移動平均によるフィルタ以外に、どのようなフィルタが存在するか調べ、報告せよ。

- バターワースフィルタ
通過域で最大平坦な振幅特性を示すローパスフィルタで、位相特性も線形に近いという特徴がある。バターワースフィルタは次式によって表せる。

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+(\omega/\omega_c)^{2n}}$$

ここで、 ω_c は遮断周波数、 $|H(j\omega)|^2$ はフィルタの伝達関数の絶対値の2乗である。

- チェビシェフフィルタ
バターワースフィルタが通過域で平坦な周波数特性を示すローパスフィルタに対して、チェビシェフフィルタは通過域での平坦性を犠牲にし、リップルを許容することで少ない誤差および急峻なカットオフ特性を持つフィルタである。チェビシェフフィルタは次式によって表せる。

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+(\epsilon^2 V_n^2)(\omega/\omega_c)^{2n}}$$

ここで V_n は下の漸化式で与えられる次数 n のチェビシェフ多項式である。

$$V_{n+1}(x) - 2V_n(x) + V_{n-1}(x) = 0$$

- 逆チェビシェフフィルタ
チェビシェフフィルタとは逆に、阻止域で等リップルとなるようなローパスフィルタ。チェビシェフフィルタのことをチェビシェフ1型フィルタ、逆チェビシェフフィルタのことをチェビシェフ2型フィルタと呼ぶ事もある。
- 楕円フィルタ
チェビシェフフィルタや逆チェビシェフフィルタは、通過域または阻止域のどちらか一方で等リップルとなるようすることで、バターワースフィルタよりも急峻なカットオフ特性を得ていた。それに対して、通過域と阻止域の両方で等リップルとなるようにすることで、より急峻なカットオフ特性を得ようという考え方の基に作られたフィルタを楕円フィルタという。

2.9 フィルタの周波数応答（振幅特性、位相特性）について調査せよ。

周波数応答は、様々な周波数の正弦波信号を入力し、入出力信号の相対的な振幅増減率から波形の振幅特性を、位相遅れから位相特性を、それぞれ周波数の関数として測定する。

インパルス応答 $h(nT)$ の周波数応答 $H(e^{j\omega T})$ は、フーリエ変換で

$$H(e^{j\omega T}) = \sum_{k=0}^{\infty} h(kT)e^{j\omega T k}$$

$$H(e^{j\omega T}) = |H(e^{j\omega T})| \angle H(e^{j\omega T})$$

と表すことができ、絶対値の項を振幅特性、偏角の項を位相特性という。

参考文献

- [1] http://www-ise2.ise.eng.osaka-u.ac.jp/~iwanaga/study/digital_filter/index.html
- [2] <http://www.gem.hi-ho.ne.jp/katsu-san/audio/freq.html>