

確率及び統計／レポート 3

035743A : 比嘉雅樹

1 課題

さいころ投げの試行について、チェビシエフの不等式を用いて以下に答えよ。

- (1) 3600 回試行したとき、1 の目が出た回数が区間 $(600-k, 600+k)$ 内にある確率を 0.95 以上にするような k の値を求めよ。
- (2) 1 の目が出る割合が区間 $(\frac{4}{30}, \frac{6}{30})$ 内にある確率を 0.95 以上にするためには、試行回数を何回以上にしなければならないか求めよ。

2 解

2.1 (1)

期待値 np は、

$$\begin{aligned} np &= 3600 \times \frac{1}{6} \\ &= 600 \end{aligned} \tag{1}$$

分散 σ^2 は、

$$\begin{aligned} np(1-p) &= 600 \times \frac{5}{6} \\ &= 500 \end{aligned} \tag{2}$$

上記の (1),(2) をチェビシエフの不等式にあてはめて、0.95 以上になれば良いので

$$\begin{aligned} 0.95 &\leq 1 - \frac{500}{k^2} \\ 95k^2 &\leq 100k^2 - 100^2 \times 5 \\ 5k^2 &\geq 5 \times 100^2 \\ k &\geq 100 \end{aligned} \tag{3}$$

よって、 k が 100 以上になれば良い。

2.2 (2)

ここでは、

$$P\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| < \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2} \quad (4)$$

を使用する。このときの ε は $\frac{1}{30}$ 、期待値は

$$p = \frac{1}{6} \quad (5)$$

分散は

$$\frac{p(1-p)}{n} = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{n} \quad (6)$$

(5)、(6) を (4) に代入して、確率が 0.95 以上になれば良いので

$$\begin{aligned} 0.95 &\leq 1 - \frac{5}{n \times 6 \times 6 \times \frac{1}{30^2}} \\ 95n &\leq 100n - \frac{30 \times 30 \times 5}{6 \times 6} \times 100 \\ 5n &\geq 5 \times 5 \times 5 \times 100 \\ n &\geq 2500 \end{aligned} \quad (7)$$

これより、 $(\frac{4}{30}, \frac{6}{30})$ の範囲内で 1 の目が出る確率が 0.95 以上にするには、試行回数を 2500 回以上にすれば良い。