確率及び統計:レポート6

学籍番号 045713C:大城和也

平成 17 年 8 月 4 日

1 課題内容

正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う母集団から大きさ n の標本 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ を得た。

1.1 母数 μ に対する次の二つの推定量を比較せよ。

$$\hat{\mu_A} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1}$$

$$\hat{\mu_B} = \frac{x_{(1)} + x_{(n)}}{2} \tag{2}$$

$x_{(i)}$ は標本中で i 番目に大きいもの

(1) は，標本の全ての値を足して標本の全ての個数で割っているので，標本平均値を求める式である。この式ならば，母集団の最小値や最大値が入っていない場合などでも十分平均値を求めることが出来る。よって不偏性と一致性は高い。もしも母集団が正規分布でなかった場合だとしても，平均値を求める式であることは変わらないので頑健性も高い。

それに対して (2) は，標本の中の最大値と最小値を足して 2 で割っているので大体の平均値を求めることができる。しかし，(1) に比べると確実性はない。それは、もしも母集団から標本を行う際に，母集団の最大値に近い数値が多くあって最小値に近い数値が少ない場合や、その逆の場合に平均値から離れた値を求めてしまう場合があるため，不偏性や一致性は高くない。また，もしも母集団が正規分布でなかった場合，全く異なった平均値になってしまうため，頑健性は低い。よって母平均の推定量に使うのは (1) が良い。

1.2　母数 σ^2 に対する次の 2 つの推定量を比較せよ。但し μ は未知とする。

$$\hat{\sigma_A^2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \tag{3}$$

$$\hat{\sigma_B^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \tag{4}$$

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

(3) は不偏分散の値を求める式で，(4) は標本分散値を求める式である。
この二つの値は，教科書 p99-100 に載っている事と授業中に習った通り次のようになる。

$$\hat{\sigma_A^2} = E[S^2] = \sigma^2$$

$$\hat{\sigma_B^2} = E[V^2] = \frac{n-1}{n}\sigma^2$$

値を出す際に多くの値を用いているため，二つの式の不偏性は高い。また，この二つの式は母集団が正規分布でない場合も成り立つため，頑健性も高い。しかし，(4) の値は母分散の σ^2 とは異なった値になっている。よって (4) の推定量の一致性はない。(3) の推定量は見事に母分散の σ^2 と一致している。(3) の一致性は十分に高い。

よって母分散の推定量を使う場合は (3) のほうが良い。