

# 確率及び統計:レポート7

学籍番号 045713C:大城 和也

平成 17 年 8 月 4 日

## 1 課題内容

二つの正規母集団からそれぞれ次の標本を得た。

標本 A : 1.5 2.1 2.5 1.8 3.0 4.1 1.8 2.9 1.6 2.3

標本 B : 2.3 1.8 1.9 2.4 2.0 2.9 3.2 2.7

このとき母集団のパラメータについて検定せよ。

## 2 解答

始めに、母平均の差を検定する。帰無仮説  $H_0 : \mu_x = \mu_y$  を、有意水準  $\alpha = 0.05$  で検定する。 $\sigma_x \sigma_y$  は未知であり、 $\sigma_x = \sigma_y$  とする。標本 A の標本平均、標本 B の標本平均をそれぞれ  $\bar{X}, \bar{Y}$  とすると、

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{1}{10} (1.5 + 2.1 + 2.5 + 1.8 + 3.0 + 4.1 + 1.8 + 2.9 + 1.6 + 2.3) \\ &= 2.36 \\ \bar{Y} &= \frac{1}{8} (2.3 + 1.8 + 1.9 + 2.4 + 2.0 + 2.9 + 3.2 + 2.7) \\ &= 2.4\end{aligned}$$

となる。 $S_{\bar{X}-\bar{Y}}^2$  は確率変数  $\bar{X} - \bar{Y}$  に対する標本分散であり、

$$\begin{aligned}S_{\bar{X}-\bar{Y}}^2 &= \frac{1}{N+M-2} \left\{ \sum_{l=1}^N (X^{(l)} - \bar{X})^2 + \sum_{l=1}^M (Y^{(l)} - \bar{Y})^2 \right\} \\ &= \frac{1}{18-2} (5.764 - 1.76) \\ &= 0.47025\end{aligned}$$

となる。これらを母分散が未知な場合の検定量である次式に代入すると、

$$K = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\left(\frac{1}{N} + \frac{1}{M}\right) S_{\bar{X}-\bar{Y}}^2}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2.36 - 2.4}{\sqrt{(\frac{1}{10} + \frac{1}{8} \cdot 0.47025)}} \\
&= \frac{-0.04}{\sqrt{0.225 \cdot 0.47025}} \\
K &= -0.12297
\end{aligned}$$

となる。

自由度 16 の t 分布における  $\alpha = 0.025$  の境界値は 2.473 であるから、帰無仮説  $H_0$  は棄却されない。

次に母分散の比の検定をする。帰無仮説  $H_0 : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$  を有意水準 0.1 で検定する。先にそれぞれの標本不偏分散  $S_x^2, S_y^2$  を求める。

$$\begin{aligned}
S_x^2 &= \frac{1}{N-1} \sum_{l=1}^N (X^{(l)} - \bar{X})^2 \\
&= \frac{1}{9} \times 5.764 \\
&= 0.6337777 \\
S_y^2 &= \frac{1}{M-1} \sum_{l=1}^M (Y^{(l)} - \bar{Y})^2 \\
&= \frac{1}{7} \times 1.76 \\
&= 0.251429
\end{aligned}$$

検定統計量  $K$  は次のようになる。

$$\begin{aligned}
K &= \frac{S_x^2}{S_y^2} \\
&= \frac{0.6337777}{0.251429} \\
&= 2.5207024
\end{aligned}$$

自由度 (9, 7) の t 分布における  $\alpha = 0.05$  の境界値は 3.68 である。また、 $\frac{1}{3.68} = 0.2717$  となり、0.2717 と 3.68 の間に検定統計量  $K$  はあるので、帰無仮説  $H_0$  は棄却されない。

以上の結果より、標本 A と標本 B は同一の母集団から得られたデータではないということがわかる。