

ヒューマンインターフェース

-report1-

055702B

池野谷克俊

2007年5月28日月曜日

1 課題

1.1 課題 1

プログラムを動作させ、

->HARpoly

->HMApoly

で AR と MA の伝達特性を表示させ、手計算 (プログラムにより算出してもよい) による伝達特性と一致することを確認せよ。伝達特性は次式のようになっている。必ず、計算式 (プログラム) を書くこと。演算誤差のため計算とは必ずしも一致しない。

$$HARpoly(z) = \prod_{k=1}^{ARorder/2} (z - ARa(k)(z - ARb(k)))$$
$$HMApoly(z) = \prod_{k=1}^{ARorder/2} (z - MAa(k)(z - MAb(k)))$$

1.2 課題 2

->roots(HARpoly)

で出力される HARpoly=0 の根が

->ARa

->ARb

と一致することを確認せよ。ただし、演算誤差ならびに推定誤差は必ず生じる。同様に、MA についても確認せよ。

1.3 課題 3

AR,MA の r と s の値を変え、極零配置と伝達特性が自分の想像通りに変化することを確認せよ。注意:AR 次数,MA 次数とも必ず偶数にすること。最低 5 種類の ARMA 伝達特性を出力し、レポートに貼付けること。

2 解答及び考察

2.1 課題 1

- HARpoly
まず $ARa(k)$ と $ARb(k)$ を求める。

$$\begin{aligned}ARa &= r \times e^{is\pi} \\ ARb &= r \times e^{-is\pi}\end{aligned}$$

であり、 r, s は

$$\begin{aligned}r &= [0.950.950.950.950.95] \\ s &= [0.10.30.50.70.9]\end{aligned}$$

であるから、オイラーの公式により ARa は

$$\begin{aligned}ARa(1) &= 0.95 \times e^{0.1i\pi} = 0.9035037 + 0.2935661i \\ ARa(2) &= 0.95 \times e^{0.3i\pi} = 0.5583960 + 0.7685661i \\ ARa(3) &= 0.95 \times e^{0.5i\pi} = 0.95i \\ ARa(4) &= 0.95 \times e^{0.7i\pi} = -0.5583960 + 0.7685661i \\ ARa(5) &= 0.95 \times e^{0.9i\pi} = -0.9035037 + 0.2935661i\end{aligned}$$

となる。 ARb は ARa と共役の関係にあるので

$$\begin{aligned}ARb(1) &= 0.9035037 - 0.2935661i \\ ARb(2) &= 0.5583960 - 0.7685661i \\ ARb(3) &= -0.95i \\ ARb(4) &= -0.5583960 - 0.7685661i \\ ARb(5) &= -0.9035037 - 0.2935661i\end{aligned}$$

となる。

ここで、 $A(k) = (z - ARa(k))(z - ARb(k))$ とおくと

$$\begin{aligned}A(1) &= (z - (0.9035037 + 0.2935661i))(z - (0.9035037 - 0.2935661i)) \\ &= z^2 - 1.8070074z + 0.9025000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(2) &= (z - (0.5583960 + 0.7685661i))(z - (0.5583960 - 0.7685661i)) \\ &= z^2 - 1.116792z + 0.9024999 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(3) &= (z - 0.95i)(z + 0.95i) \\ &= z^2 + 0.9025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(4) &= (z - (-0.5583960 + 0.7685661i))(z - (-0.5583960 - 0.7685661i)) \\ &= z^2 + 1.116792z + 0.9024999 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(5) &= (z - (-0.9035037 + 0.2935661i))(z - (-0.9035037 - 0.2935661i)) \\ &= z^2 + 1.8070074z + 0.9025000 \end{aligned}$$

となる。ARorder = 10 なので

$$\begin{aligned} HARpoly(z) &= \prod_{k=1}^5 (z - ARa(k)(z - ARb(k))) \\ &= A(1) \times A(2) \times A(3) \times A(4) \times A(5) \\ &= 0.5987368 + 0.3250754z^2 + 0.3601944z^4 - 0.0000001z^6 - 0.0000001z^8 + z^{10} \end{aligned}$$

となる。scilab で表示させた HARpoly の値を以下に示す。

```
-->HARpoly
HARpoly =
                2          3          4
0.5987369 + 2.898E-16z + 2.522E-16z - 6.586E-16z - 1.612E-15z
                5          6          7          8
- 2.359E-15z - 5.845E-16z + 6.365E-16z + 1.110E-15z
                9  10
+ 2.220E-16z + z
```

両者を比べると、 z の 2 乗, 4 乗の係数にけっこうな誤差が出た。その他はある程度正しく計算されていると言える。(z の指数が奇数場合の係数は微小なものなので 0 と考えても問題ないと考えた。)

- HMApoly

まず $MAa(k)$ と $MAb(k)$ を求める。

$$MAa = r \times e^{is\pi}$$

$$MAb = r \times e^{-is\pi}$$

であり、 r, s は

$$r = [0.90.9]$$

$$s = [0.20.8]$$

であるから、HAR の時と同様に求めると

$$MAa(1) = 0.9 \times e^{0.2i\pi} = 0.7281153 + 0.5290067i$$

$$MAa(2) = 0.9 \times e^{0.8i\pi} = -0.7281153 + 0.5290067i$$

$$MAb(1) = 0.7281153 - 0.5290067i$$

$$MAb(2) = -0.7281153 - 0.5290067i$$

となる。ここで、 $B(k) = (z - MAa(k))(z - MAb(k))$ とおくと

$$B(1) = (z - (0.7281153 + 0.5290067i))(z - (0.7281153 - 0.5290067i))$$

$$= z^2 - 1.4562306z + 0.81$$

$$B(2) = (z - (-0.7281153 + 0.5290067i))(z - (-0.7281153 - 0.5290067i))$$

$$= z^2 + 1.4562306z + 0.81$$

となる。 $MAorder = 4$ であるから

$$HMApoly(z) = \prod_{k=1}^2 (z - MAa(k))(z - MAb(k)) = B(1) \times B(2)$$

$$= 0.6561 - 0.5006076z^2 + z^4$$

となる。scilab で表示させた HMApoly を以下に示す。

```
-->HMApoly
HMApoly =
```

$$0.6561 - 8.204E-17z - 0.5006075z - 2.220E-16z + z^4$$

両者を比べると多少の誤差があるがほぼ似た値になっているので正しく計算されていると言える。(zの指数が奇数場合の係数は微小なもので0と考えても問題ないと考えた。)

2.2 課題2

- AR 以下に scilab での roots(HARpoly),ARa,ARb の値を示す。

```
-->roots(HARpoly)
```

```
ans =
```

```
0.5583960 + 0.7685661i  
0.5583960 - 0.7685661i  
- 0.5583960 + 0.7685661i  
- 0.5583960 - 0.7685661i  
2.344E-16 + 0.95i  
2.344E-16 - 0.95i  
0.9035037 + 0.2935661i  
0.9035037 - 0.2935661i  
- 0.9035037 + 0.2935661i  
- 0.9035037 - 0.2935661i
```

```
-->ARa
```

```
ARa =
```

```
column 1 to 2
```

```
0.9035037 + 0.2935661i    0.5583960 + 0.7685661i
```

```
column 3 to 4
```

```
5.817E-17 + 0.95i - 0.5583960 + 0.7685661i
```

```
column 5
```

```
- 0.9035037 + 0.2935661i
```

```
-->ARb
```

```

ARb =

      column 1 to 2
0.9035037 - 0.2935661i    0.5583960 - 0.7685661i

      column 3 to 4
5.817E-17 - 0.95i    - 0.5583960 - 0.7685661i

      column 5
- 0.9035037 - 0.2935661i

```

- MA 以下に scilab での roots(HMApoly),MAa,MAb の値を示す。

```

-->roots(HMApoly)
ans =

    0.7281153 + 0.5290067i
    0.7281153 - 0.5290067i
   - 0.7281153 + 0.5290067i
   - 0.7281153 - 0.5290067i

-->MAa
MAa =

    0.7281153 + 0.5290067i    - 0.7281153 + 0.5290067i

-->MAb
MAb =

    0.7281153 - 0.5290067i    - 0.7281153 - 0.5290067i

```

結果から分かるように、HARpoly=0 の根が ARa,ARb と一致していることが分かる。MA の場合も HMApoly=0 の根が MAa,MAb と一致していることが分かる。

2.3 課題3

初期状態の実行結果を以下に示す。

```
AR
r=[0.95 0.95 0.95 0.95 0.95];           // 振幅
s=[0.1 0.3 0.5 0.7 0.9];               // 角度
MA
r=[0.9 0.9];                             // 振幅
s=[0.2 0.8];                             // 角度
```

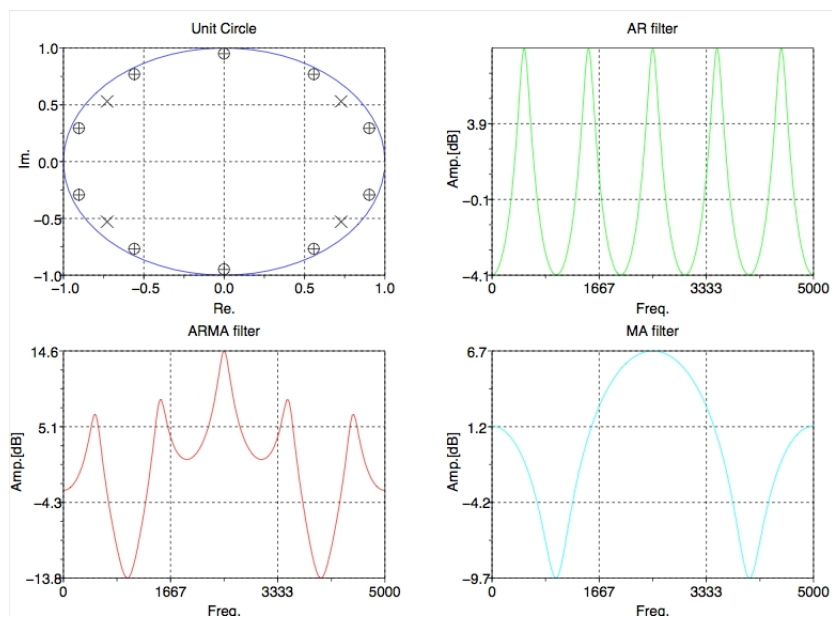


図 1: 初期

- 一回目

```

AR
r=[0.95 0.95 0.95 0.95 0.95];           // 振幅
s=[0.1 0.2 0.3 0.4 0.5];               // 角度
MA
r=[0.9 0.9];                             // 振幅
s=[0.1 0.2];                             // 角度

```

この場合、極の位置が左にずれるはずである。

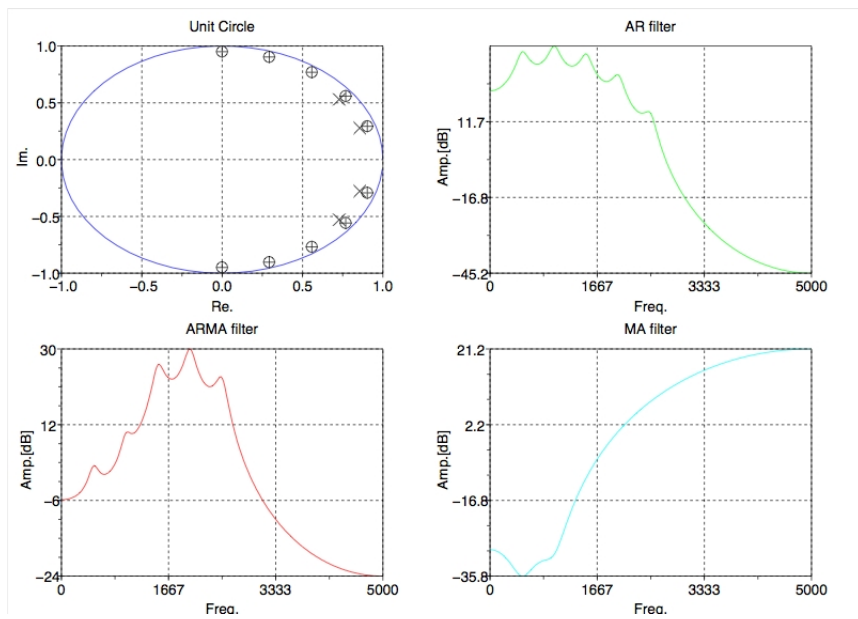


図 2: 一回目

結果を見ると予想通り極の位置がずれている。

- 二回目

```

AR
r=[0.95 0.95 0.95 0.95 0.95];           // 振幅
s=[0.5 0.6 0.7 0.8 0.9];               // 角度
MA
r=[0.9 0.9];                             // 振幅
s=[0.7 0.8];                             // 角度

```

次は一回目とは逆に極の位置が右にずれるはずである。

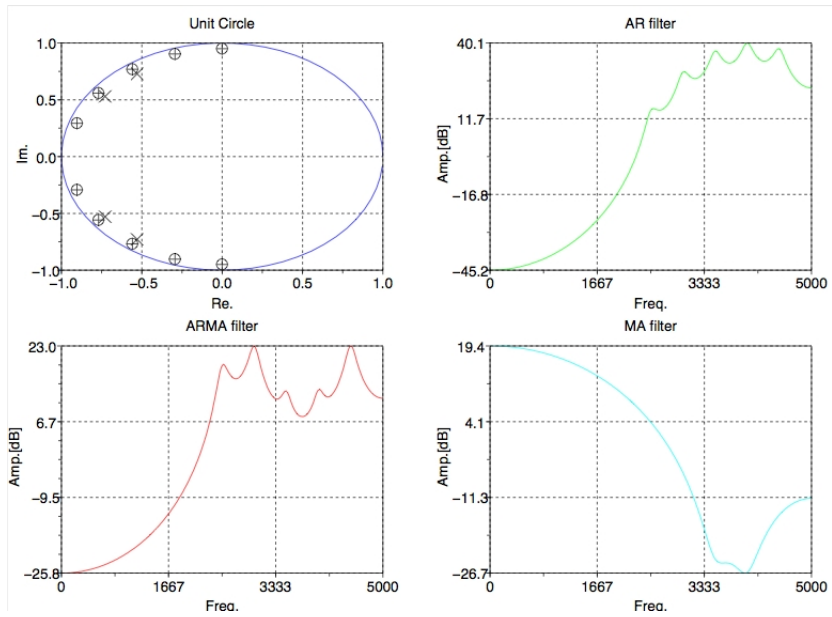


図 3: 二回目

結果を見ると予想通りになっている。

- 三回目

```

AR
r=[0.4 0.4 0.4 0.95 0.95];           // 振幅
s=[0.5 0.6 0.7 0.8 0.9];           // 角度
MA
r=[0.4 0.9];                         // 振幅
s=[0.7 0.8];                         // 角度
    
```

この場合は $r = 0.4$ での極がはっきりと現れないはずである。

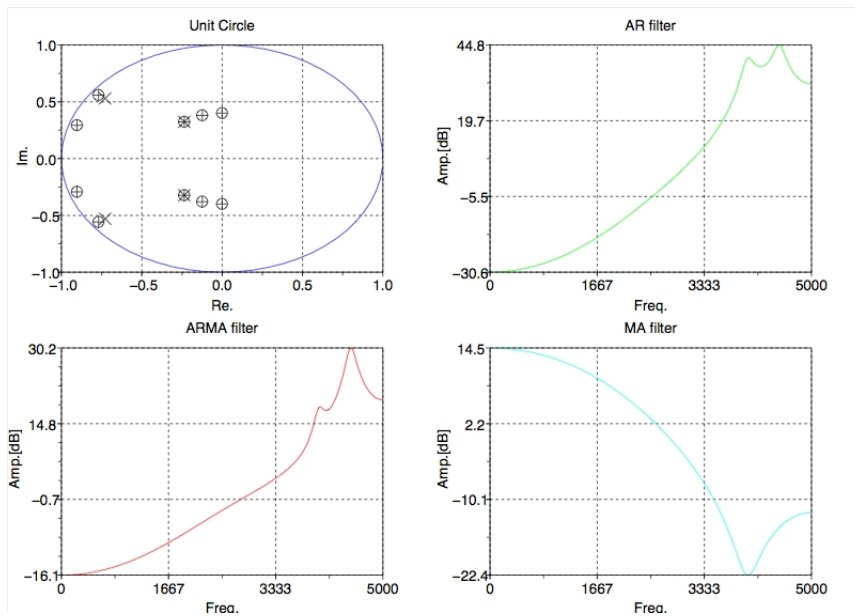


図 4: 三回目

結果を見ると予想通りであることが分かる。

- 四回目

```

AR
r=[0.1 0.1 0.1 0.1 0.1];           // 振幅
s=[0.1 0.3 0.5 0.7 0.9];         // 角度
MA
r=[0.1 0.1];                       // 振幅
s=[0.3 0.8];                       // 角度

```

この場合は極がはっきりと現れるはずである。

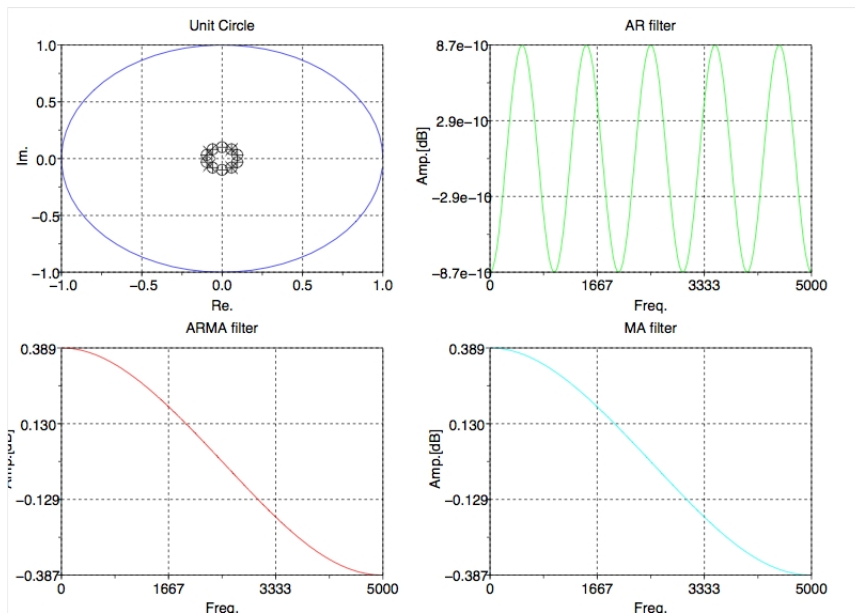


図 5: 四回目

結果を見てみると極がはっきりと現れていることが分かる。

- 五回目

```

AR
r=[0.9 0.8 0.7 0.8 0.9];           // 振幅
s=[0.1 0.3 0.5 0.7 0.9];         // 角度
MA
r=[0.9 0.9];                       // 振幅
s=[0.3 0.7];                       // 角度

```

この場合は左右対称なグラフになるはずである。

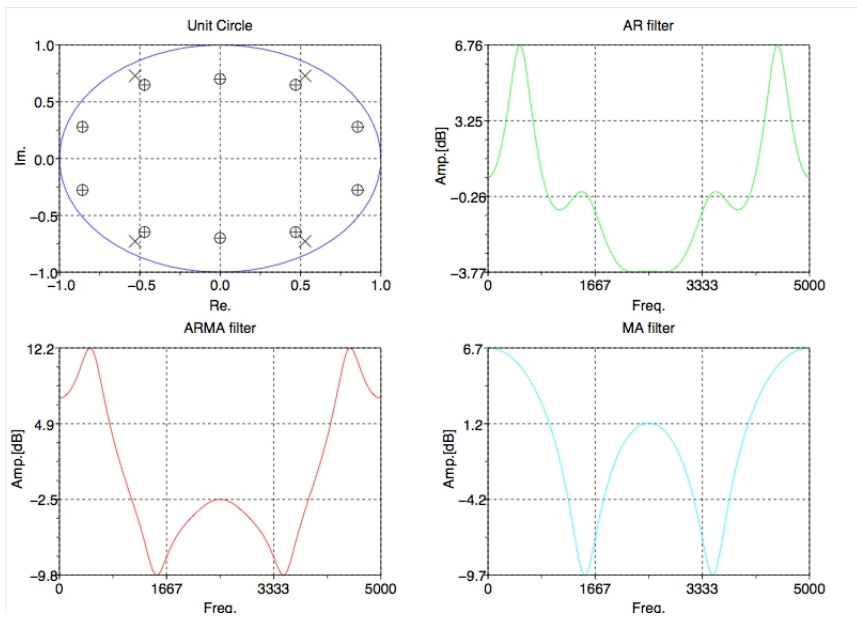


図 6: 五回目

結果を見ると予想通り左右対称になっていることが分かる。