集合演算の基本的性質

集合演算の基本的な性質

全体集合：Ω, 部分集合：A, B, C, 空集合ϕ

(a) 結合律 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(b) 可換律 $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$

(C) 吸収律 $(A \cup B) \cap A = A$, $(A \cap B) \cup A = A$

(D) 分配律 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(E) 空集合ϕの性質 $A \cup \phi = A$, $A \cap \phi = A$

(F) 全体集合Ωの性質 $A \cup \Omega = \Omega$, $A \cap \Omega = A$

(G) 補集合A^cの性質 $A \cup A^c = \Omega$, $A \cap A^c = \phi$, $(A^c)^c = A$

$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$, $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

（ド・モルガンの法則）(De Morgen)

(G) べき等律 $A \cup A = A$, $A \cap A = A$

無限集合の分類

自然数全体の集合：N＝

(Natural Number, Positive Integer)

整数全体の集合：Z＝

(Integer, Integral Number)

有理数全体の集合：Q＝

(Rational Number)

無理数全体の集合：I＝

(Irrational, Irrational Number)

実数全体の集合：R＝

(Rational Number)

複素数全体の集合：C＝

(Complex Number)

集合の記号

集合Aの要素 a, b, c: $a, b, c \in A$

（要素a, b, cは集合Aに含まれる）

集合Aの要素でない a, b, c: $a, b, c \notin A$

（要素a, b, cは集合Aに含まれない）

和集合 :$\cup$

共通部分 :$\cap$

部分集合：$A \subset B$

（AはBの部分集合である）

情報数学Ⅰ演習問題(1)

1．　全体集合を

$$U=\{a,b,c,d,e,f,g,\},A=\{a,b,c,d,e\},B=\{a,c,e,g\},C=\{b,e,f,g\}$$

とする．次を求めなさい．

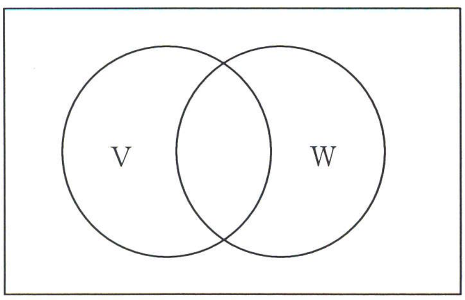
(1) $A\cup C$,　(2) $B\cap A$,　(3) $C-B$,　(4) B^C,　(5) A^C-B,
(6) $B^C\cup C$　(7) $(A-C)^C$,　(8) $(A-B^C)^C$

ここに，　$A-B=\{x \mid x\in A$ かつ $x\notin B\}$

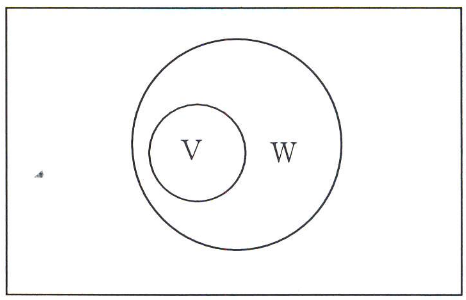
2．$A\cap B=\phi$ ならば $A\subset B^C$ であることを示しなさい．

3．　下のベン図(a),(b)において，次の集合の斜線を引きなさい．

(1) $V\cap W$,　(2) W^C, (3) $W-V$,　(4) $V^C\cup W$



(a)



(b)

4．べき集合

ある集合 A のすべての部分集合からなる集合族は集合である。この集合族をべき集合という。集合　$A=\{a,b,c,d\}$　としたとき、この集合のべき集合 $\rho(A)$　を求めなさい。

情報数学資料（順序集合）

順序集合

順序関係：ある集合Aの中の関係Rが以下の性質を満たすときRをAにおける順序関係という.

（1）**反射律：**任意の $x \in A$に対し $x\,R\,x$

（2）**反対称律：**任意の $x, y \in A$に対し $x\,R\,y$ かつ $y\,R\,x$ならば$x = y$

注）すなわち，$x\,R\,y$かつ$y\,R\,x$となる$x \neq y$は存在しない

（3）**推移律：**任意の $x, y, z \in A$に対し $x\,R\,y$かつ $y\,R\,z$ならば$x\,R\,z$

順序関係の定義された集合を（半）**順序集合**といい，すべての要素はその順序間系によって順序付けることが可能なとき，この集合を**全順序集合**という.

たとえば，集合$A = \{2, 4, 8\}$において，Aの任意の要素x, y について，x は y を割り切る，で関係を与えると，この集合は全順序集合となる.

最初の元，最後の元

最初の元： Aを順序集合とする．要素$a \in A$が集合Aの最初の元であるとは，集合Aのすべての要素と比較可能であり，かつ，他のどの元よりも前にあることをいう.

最後の元： Aを順序集合とする．要素$a \in A$が集合Aの最後の元であるとは，集合Aのすべての要素と比較可能であり，かつ，他のどの元よりも後にあることをいう.

極小元，極大元

極小元： Aを順序集合とする．要素$a \in A$が集合Aの極小元であるとは，この元の前に集合Aの要素がないことをいう.

極大元： Aを順序集合とする．要素$a \in A$が集合Aの極大元であるとは，この元の後に集合Aの要素がないことをいう.

下界，上界，$\inf(B)$，$\sup(B)$

下界，$\inf(B)$：Aを順序集合とする．集合Aの部分集合Bの下界とは，（Bの要素でありうる）Aの元で，Bと比較可能で，かつ，Bの最初の元と等しいか，その前にある元のすべてをいう．また，その中で最も大きな下界を最大下界といい$\inf(B)$と書く.

上界，$\sup(B)$：Aを順序集合とする．集合Aの部分集合Bの上界とは，（Bの 要素でありうる）Aの元で，Bと比較可能で，かつ，Bの最後の元と等しいか，その後にある元のすべてをいう．また，その中で最も小さな上界を最小上界といい$\sup(B)$と書く.

順序集合補充問題

問題 1.

集合 $A=\{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24\}$ を関係“ｘはｙを割り切る”で（半）順序を与える．このとき，以下の問題を解きなさい．

１） A の順序構造を与えるハッセ図を書きなさい．

２） 極小元，極大元を求めなさい

３） 最初の元，最後の元があればそれを求めなさい．

A の部分集合を $B=\{2,4,6,12\}$ とする．

４） B の下界集合，上界集合を求めなさい．

５） 最大下界 $\inf(B)$ ，および，最小上界 $\sup(B)$ を求めなさい．

問題２.

集合 $S=\{\,a,b,c\,\}$ について，この集合全体に対する部分集合全体の集合，すなわち，べき集合 $\mathrm{P}(S)$ において，包含関係 $\subseteq$ は一つの（半）順序関係になる．このとき，以下の問題に答えなさい．

１） 集合 S のべき集合 $\mathrm{P}(S)$ を求めなさい．

２） 上で求めた $\mathrm{P}(S)$ を用いて順序構造を表すハッセ図を描きなさい