

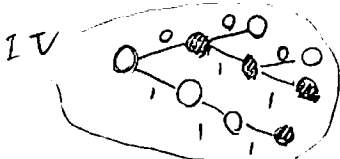
問題1 12/15 の講義資料において、情報源符号化 I~VII で最も良いと思われるものはどれか？理由も述べよ。

VI, VII は一意復号ではないのでダメ。

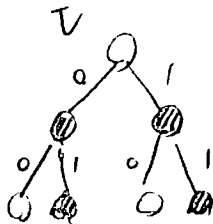
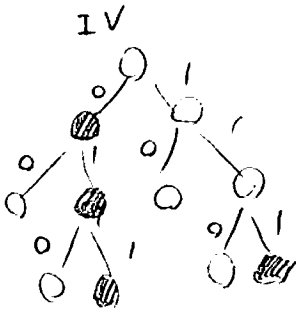
IVは瞬時符号ではないのでダメ。

Vも瞬時符号ではないのでダメ。

I :
II :
III :



問題2 情報源符号化 IV~VI が瞬時符号でない事を符号の木を用いて示せ。



問題3 符号 II, IV, VI, VII についてクラフトの不等式を確認せよ。

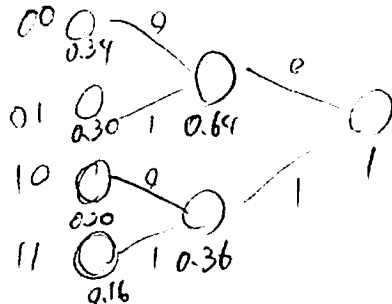
$$\begin{aligned} \text{II} : 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \\ &= \frac{8+4+2+1}{16} = \frac{15}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{IV} : 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-3} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \leftarrow \text{瞬時符号ではない} \\ &= \frac{4+2+1+1}{8} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VI} : 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-1} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{2+1+1+2}{4} = \frac{6}{4} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{VI} : 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-1} \\ &= \frac{6}{4} \end{aligned}} \right\} \text{一意復号不可能}$$

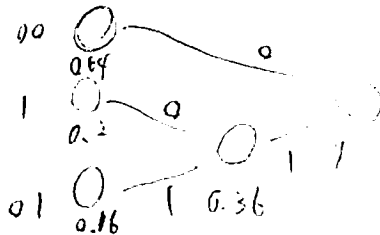
$$\text{VII} : 2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-2} = 1$$

問題 4 12/22 講義の例題について、2次の拡大情報源の情報源系列 11,10,01,00 に対してハフマン符号化を行え。



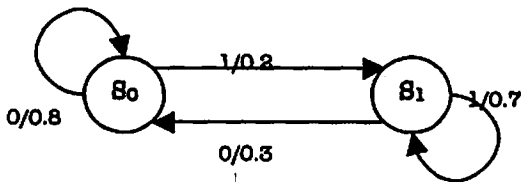
	符号
00	00
01	01
10	10
11	11

問題 5 12/22 講義の例題について、非等長情報源系列 00,01,1 に対してハフマン符号化を行え。



	符号
00	0
01	10
1	11

問題 6 次の単純マルコフ情報源 S について各状態ごとに長さ 2 までの非等長ハフマン符号化を行え。そのとき、初期状態を S_0 として、出力系列 110010 を符号化せよ。



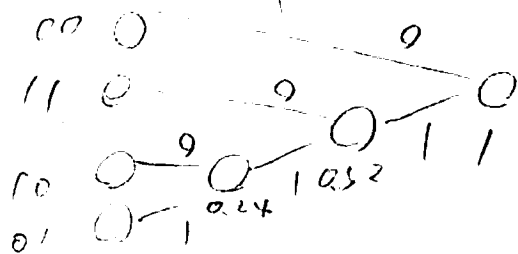
→ 100011 とした。
符号化

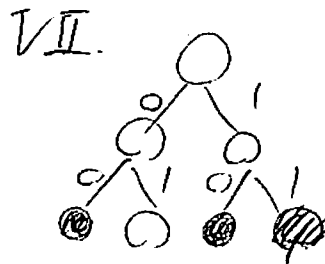
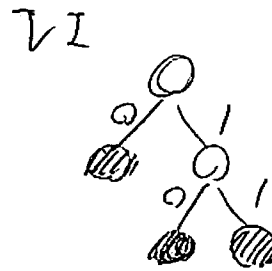
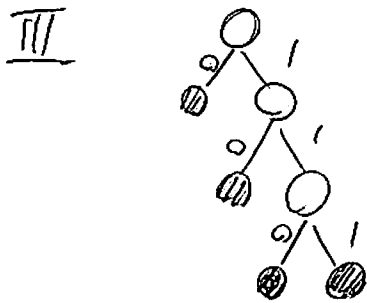
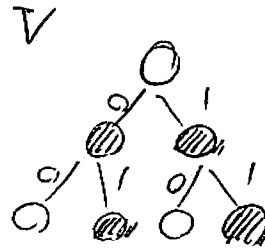
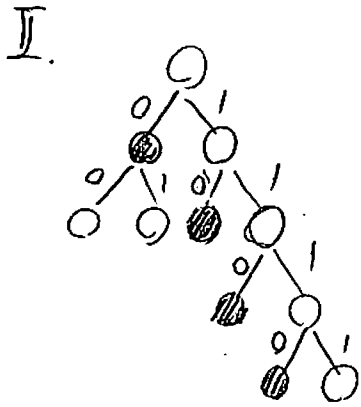
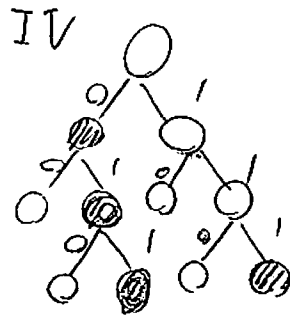
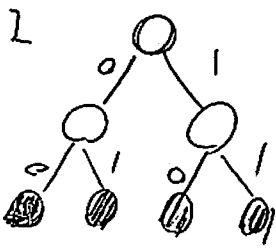
S_0	11	0.14
	10	0.06
S_1	01	0.06
	00	0.24

?

S_0	11	0.28
	10	0.12
S_1	01	0.12
	00	0.48

5-7、符号化
 00 → 0
 11 → 10
 10 → 110
 01 → 111





問題 7

情報源 A のアルファベットを {a,b,c} とする。以下の二元符号は、一意復号可能か？また瞬時復号可能か？説明せよ。

符号 1 a=1, b=0, c=10

$$2^{-1} + 2^{-1} + 2^{-2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

∴ 瞬時復号不可能

一意復号可能。

符号 2 a=0, b=01, c=011

$$2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

瞬時復号の可能性が 3/8 あり、瞬時復号不可能。

一意復号可能

符号 3 a=0, b=10, c=110



瞬時復号可能。

一意復号可能。

問題 8

符号語の種類を M 個、その符号語各々の長さを g_i とする。二元符号に対するクラフトの不等式は、以下で与えられる。

$$\sum_{i=1}^M \frac{1}{2^{g_i}} \leq 1$$

注)クラフトの不等式を満たせば、瞬時復号可能な符号を構成することが出来る。

(1) M=6 で、 $g_i = (2, 2, 3, 3, 3, 3)$ となるような瞬時符号の構成が可能か、クラフトの不等式で判定せよ。

$$\begin{aligned} & \text{00 00 000 000 000 000} \\ & 2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-3} + 2^{-3} + 2^{-3} \\ & = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \\ & = \frac{2}{4} + \frac{4}{8} = 1 \end{aligned}$$

よって瞬時符号の構成可能。

(2) M=5 で、 $g_i = (2, 2, 2, 2, 2)$ となるような瞬時符号の構成が可能か、クラフトの不等式で判定せよ。

$$\begin{aligned} & 2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-2} \\ & = \frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4} \end{aligned} \quad \text{∴ 瞬時符号の構成不可能}$$

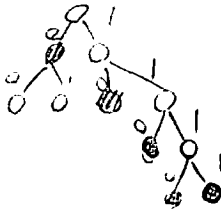
問題 9

情報源記号 $M = \{a, b, c, d, e\}$ を、各々の符号語の符号長 $g = \{1, 2, 3, 4, 4\}$ となるような二元瞬時符号の構成が可能かクラフトの不等式で判定し、可能であれば符号化せよ。

$$2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-4}$$

= 1 より瞬時復号可能

$$a = 0, b = 10, c = 110, d = 1110, e = 1111$$



問題 10

ハフマン符号化のアルゴリズムを示せ。

- ① 出現確率順にソートする
- ② 生起確率の小さいものを統合する。
- ③ 全体が 1 つになっているのは ② へ
- ④ ルートに ある条件のもと、0 と 1 を割り当てる。
↳ 上は 0、下は 1、2 対 1 など

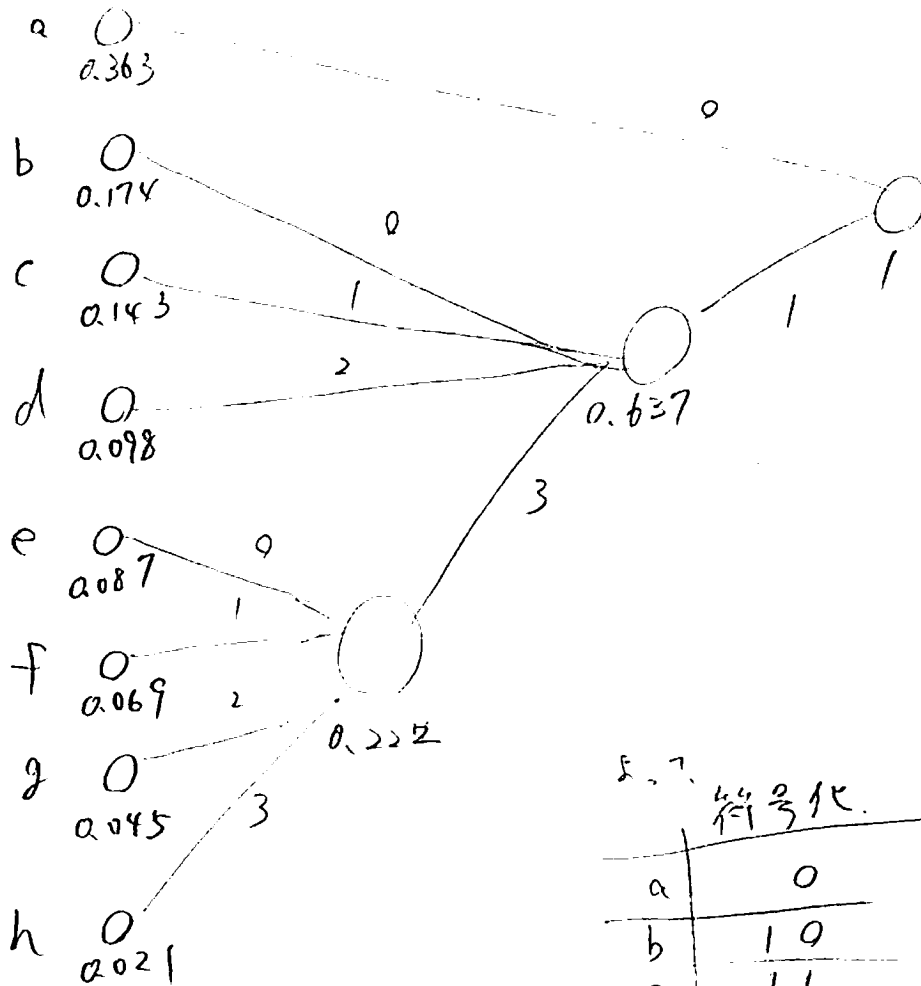
問題 12

情報源記号とその生起確率を以下のように定義する.

{a=0.363, b=0.174, c=0.143, d=0.098, e=0.087, f=0.069, g=0.045, h=0.021}

ハフマン符号法により, 二元符号化 (0,1) および四元符号化 (0,1,2,3) をせよ.

注) 四元のハフマン符号化は授業で扱っていないので, 二元の符号化をどのように拡張すればよいのか考えてみること



5.7. 符号化.

a	0
b	10
c	11
d	12
e	130
f	131
g	132
h	133

