信号処理とメディア通信　講義レジメ

担当：和田知久　（ファイヤー和田）
所属：琉球大学　工学部　情報工学科
連絡先：wada@ie.u-ryukyu.ac.jp
Home Page: http://www.ie.u-ryukyu.ac.jp/~wada/

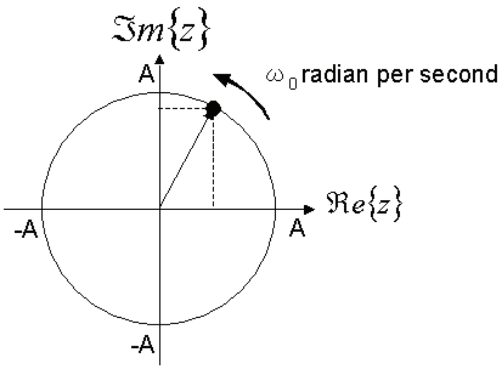
１）DFT では、三角関数の代わりに以下の

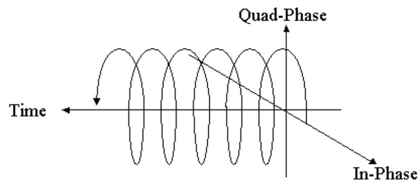
$$\widetilde{x}(t) = Ae^{j(\omega_0 t+\phi)}$$

$$= A\cos(\omega_0 t + \phi) + jA\sin(\omega_0 t + \phi)$$

複素指数関数を使用する。

○これは、I 軸を実数、Q 軸を虚数とする平面での回転を示す関数となる。　（回転関数）



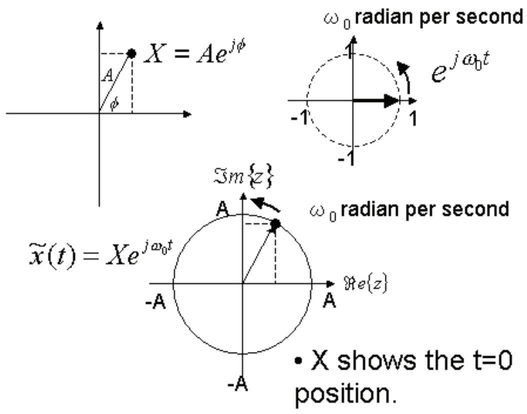

○特に無線通信の信号処理では、三角関数 x(t)のかわりに、複素指数関数「回転関数」を使って処理をする。これを解析的信号とよぶ。

$$x(t) = \Re e\left\{Ae^{j(\omega_0 t+\phi)}\right\} = A\cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$\widetilde{x}(t) = Ae^{j(\omega_0 t+\phi)} = Ae^{j\phi}\cdot e^{j\omega_0 t}$$

$$X = Ae^{j\phi}$$

$$\widetilde{x}(t) = Xe^{j\omega_0 t}$$




○この複素指数関数の X（複素振幅という）は振幅と位相を示すものである。

２）離散フーリエ変換（複素基底）の公式

離散信号 x(nT)=x(n)に対する DFT の定義を示す。X(k)は周波数スペクトルであり、DFT 係数と呼ばれる。

【離散フーリエ変換 DFT】

$$X(k) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{\frac{-j2\pi nk}{N}} \qquad (k = 0,1,\cdots,N-1)$$

【逆離散フーリエ変換 IDFT】

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{\frac{j2\pi nk}{N}} \qquad (n = 0,1,\cdots,N-1)$$

DFT では 1/N をつけ、IDFT ではつけていない。これがこの教科書と同じ定義となる。

一般には、DFT の前に係数なしで、IDFT の前に 1/N をつけるものもあり、また
DFT、IDFT の両方の前に係数として 1/sqrt(N)をつけるものもある。

３）DFT 演算の行列表示

【離散フーリエ変換 DFT】

$$\begin{pmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{pmatrix} = \frac{1}{N}\begin{pmatrix} \omega^0 & \omega^0 & \cdots & \omega^0 \\ \omega^0 & \omega^{-1} & \cdots & \omega^{-(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega^0 & \omega^{-(N-1)} & \cdots & \omega^{-(N-1)*(N-1)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{pmatrix}$$

ただし、

$$Here, \omega = e^{j\frac{2\pi}{N}}$$

【逆離散フーリエ変換 IDFT】

$$\begin{pmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega^0 & \omega^0 & \cdots & \omega^0 \\ \omega^0 & \omega^{1} & \cdots & \omega^{(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega^0 & \omega^{(N-1)} & \cdots & \omega^{(N-1)*(N-1)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{pmatrix}$$

４）以下を確認しよう！

DFT4DEMO.m を参考に、16 点 DFT の場合に拡張せよ。このとき以下の信号を DFT せよ.
16 個の出力値の絶対値を取り、その大きさを図示せよ。

①｛0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 , 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1｝

②｛cos(2π*3/16*n) | n=0,1,…,15｝

５）複素回転関数を MATLAB で確認使用
上記 16 点 DFT の基底直交ベクトルを確認しよう！

宿題３）
２－３人のチームを作り、DFT の基底ベクトル関数を他人（他学生）に説明するプレゼン資料を作成し、次回講義で発表する。各チームの発表時間は 8 分以下とする。

連絡事項
前回、5/31 に補講 2 コマ、6/21 は休講連絡しましたが、取りやめます。
**○5/31 は 2 時限講義のみ、6/21 は講義通常どうりやります。**
以上